BULLETIN DE L'OBSERVATOIRE DE LYON
Tome IX N° 7 Juillet 1927

Sur la précision des nombres déduits de la comb naison des observations.

On s'est souvent moqué du grand nombre de décimales que publient les calculateurs astronomiques ; dans les numéros d'octobre 1925 et mai 1926, le journal *l'Astronomie*, reprenant la discussion, rappelait la boutade de Leverrier qui, en parlant d'un nombre donné avec beaucoup de chiffres décimaux, disait : « la dernière décimale est peut-être exacte, la première ne l'est certainement pas. »

Ces railleries ne sont pas sans quelque fondement : si l'on réunit les résultats que donnait Tisserand dans son magistral « résumé des tentatives faites jusqu'ici pour déterminer la parallaxe du Soleil » (*Annales de l'Observatoire de Paris*, tome XVI), en ne retenant que les déterminations minutieusement discutées, on trouve successivement, en suivant l'ordre du mémoire :

8'',918 ± 0'',042 (Stone)
8'',930 ± 0'',035 (Stone)
8''.960 ± 0'',051 (Downing)
8'',789 ± 0'',060 (M. Hall)
8'',78 ± 0'',015 (Gill)
8'',38 ± 0'',025 (Newcomb)
8'',531 ± 0'',062 (Encke)
8'',603 ± 0'',046 (Encke)
8'',832 ± 0'',044 (Powalky)
8'',915 ± 0'',025 (Stone)

Les nombres de la deuxième colonne, précédés du signe ± s'appellent les erreurs *probables* des résultats, et devraient pratiquement donner la limite des erreurs à craindre sur chacun des nombres correspondants ; la non-concordance de ces nombres montre que les limites ainsi obtenues sont beaucoup trop faibles. Il subsiste, dans la plupart des déterminations, des erreurs *systématiques* qui tiennent, ou bien au principe de la méthode employée ou bien à l'emploi de constantes imparfaitement connues qui interviennent dans les calculs ; ainsi les observations des

passages de Vénus manquent de précision en raison de l'existence du ligament noir ; d'autres méthodes basées sur la connaissance de la vitesse de la lumière, celle des masses de la lune ou des planètes, fournissent des résultats qui comportent l'incertitude de ces données.

Il faut avouer que ces erreurs systématiques n'ont été reconnues et discutées qu'après la comparaison des différents résultats, et que chaque calculateur avait non seulement la prétention de faire mieux que ses devanciers, mais celle de donner un nombre définitif ; mais ces erreurs sont indépendantes du calcul lui-même, et c'est sur la légitimité de ce calcul, tant en ce qui concerne le résultat d'un grand nombre d'observations que son erreur probable, que nous voulons faire quelques réserves.

Le calcul est actuellement, même dans les milieux cultivés, l'objet d'une défaveur injustifiée ; dès l'enseignement secondaire, professeurs et élèves sont d'accord pour préférer à une démonstration qui exige une série de formules un peu longue, mais qui conduit avec certitude au résultat, un raisonnement synthétique plus élégant, bien que celui-ci n'ait le plus souvent été trouvé qu'après coup. Pour les calculs numériques, le discrédit est encore plus grand ; si l'on peut citer, à l'exemple d'un Gauss, quelques rares mathématiciens modernes qui ne croient pas indignes d'eux de s'arrêter aux moindres détails des opérations de calcul, combien d'autres considèrent-ils qu'il s'agit d'une besogne matérielle, d'ordre inférieur, et sont-ils presque fiers de se déclarer inaptes à l'accomplir ? Pourtant, ce n'est point un raisonnement élégant, mais un calcul littéral long et difficile qui seul peut décider si l'expérience de Michelson devait prouver ou non le déplacement de la terre ; c'est également à la suite de longs et pénibles calculs numériques qu'on a pu affirmer le déplacement du périhélie de Mercure. Et l'on sait quel rôle fondamental le résultat de l'expérience et le déplacement dont il s'agit jouent dans l'établissement de la théorie de la relativité, dont la portée philosophique est, au moins à l'heure actuelle, bien supérieure à l'intérêt pratique.

C'est peut-être à cette indifférence du public scientifique, autant qu'à la difficulté de renouveler les méthodes de discussion dans chaque cas particulier, qu'il faut attribuer le fait que la plupart des calculateurs se bornent à appliquer des règles précises, sans examiner la validité de ces règles. Tous les résultats qui comprennent, en même temps que la valeur à déterminer, l'erreur probable de ce nombre, sont obtenus par la méthode dite des *moindres carrés*. Voici ce que dit de cette méthode, très impartialement à mon avis, M. Boccardi, dans son excellent *Guide du*

calculateur : « on appelle de ce nom les procédés de calcul destinés à déterminer les valeurs d'un certain nombre d'inconnues, en s'appuyant sur le principe que pour trouver les valeurs les plus probables des inconnues, il faut les déterminer de manière que la somme des carrés des erreurs soit un minimum. Une des théories qui ont donné lieu à beaucoup de contestations est sans doute la théorie des erreurs. Des savants de premier ordre se sont déclarés pour ou contre, et il en est résulté deux écoles opposées, tout à fait comme en philosophie. Les uns proclament ces procédés comme un moyen merveilleux pour approcher le plus possible de la vérité ; les autres n'y voient qu'un moyen empirique, qui cache notre ignorance. Malheureusement on fait entrer dans cette question, jusqu'à un certain point, l'idée de nationalité, qui certainement n'a rien à y voir. Peut-être y a-t-il exagération d'un côté et de l'autre ; peut-être aussi on ne s'est pas bien entendu sur la juste valeur de l'expression *valeur qui satisfait le mieux à l'ensemble des observations.* »

Nous reviendrons bientôt sur les derniers mots, qui sont soulignés dans le texte cité.

Sur l'évaluation de l'erreur probable, on est maintenant à peu près d'accord pour reconnaître qu'il ne s'agit que d'une approximation assez large ; en effet, le développement même de la méthode des moindres carrés ne conduit pas à un procédé rigoureux pour calculer cette erreur ; on est obligé d'admettre, ce qui a été trop souvent perdu de vue, que le nombre des observations est assez grand pour que les erreurs accidentelles se retrouvent deux à deux avec la même grandeur et des signes opposés, de sorte que non seulement leur somme, mais la somme de leurs produits deux à deux soit nulle ; c'est là un cas idéal, qu'on doit considérer comme un cas limite, qui n'est jamais réalisé pratiquement. Il est à peine utile de rappeler que les calculs ainsi faits ne pourraient jamais mettre en évidence une erreur systématique qui subsisterait dans toutes les observations, de sorte que l'erreur probable est en somme un simple résultat du calcul, capable de donner une idée de discordance des diverses observations, mais non de la valeur du résultat adopté. Et, lorsqu'on applique la méthode des moindres carrés, comme on le fait trop souvent, à la résolution d'un petit nombre d'équations, le calcul de l'erreur probable est abolument dépourvu de sens.

En ce qui concerne la valeur principale du résultat, nous nous bornerons à considérer le cas le plus simple, celui où les diverses mesures fournissent directement un nombre, dont il s'agit de trouver la meilleure

évaluation ; c'est la base même de la méthode des moindres carrés d'admettre que la valeur la plus probable qui résulte des différentes mesures est la moyenne arithmétique des déterminations. Il est, en outre, de pratique courante d'admettre que la précision de la valeur ainsi adoptée augmente en raison directe de la racine carrée du nombre des observations ; c'est-à-dire, pour préciser par un exemple, qu'en prenant la moyenne d'un nombre centuplé d'observations, on assure l'exactitude d'une décimale de plus dans la valeur numérique qu'il s'agit de déterminer.

Ce second point est une conséquence logique de la formule trouvée par Gauss en se basant sur la règle de la moyenne, qui exprime la probabilité pour qu'une erreur accidentelle soit comprise entre x et $x+dx$ sous la forme

$$\frac{1}{k\sqrt{\pi}} e^{-k^2x^2} dx$$

Je n'ai point à rappeler ici les discussions théoriques auxquelles a donné lieu l'établissement de cette loi ; elles sont en particulier condensées dans les ouvrages de Bertrand et de Poincaré sur le calcul des probabilités.

Les vérifications pratiques sont assez nombreuss, mais elles ne peuvent qu'être approximatives ; elles ne peuvent préjuger de la question de la légitimité absolue de la loi et, par conséquent, de ses conséquences.

Or, il semble que le bons sens, si souvent indiqué depuis Laplace comme le principe du calcul des probabilités, s'oppose à ce que ces conséquences soient trop loin poursuivies : pour reprendre l'exemple que nous avons pris au début, est-il conforme au bon sens d'imaginer que, sur dix mille mesures de la parallaxe solaire, effectuées chacune à une seconde d'arc près, on trouvera successivement 8'' et 9'' les nombres de fois suffisants pour que la moyenne donne le nombre actuellement admis avec des méthodes plus précises, c'est-à-dire 8''80 ? N'est-il pas difficile d'admettre qu'en répétant 10^{12} fois la mesure d'une longueur au kilomètre près, on déduise de la moyenne la détermination au millimètre près, en supposant éliminées, bien entendu, toutes les erreurs systématiques ? Et il faut noter qu'au point de vue de l'application du calcul des probalités, il est plus assuré d'appliquer les règles dans le cas de très multiples observations que d'essayer de gagner une décimale avec 100 déterminations seulement.

Il y a lieu, pour étudier la difficulté, qui nous paraît réelle, de remonter non seulement à la loi de Gauss, mais au principe de la moyenne sur lequel cette loi est basée, et de rechercher jusqu'à quel point on peut prendre la moyenne arithmétique de nombreuses mesures comme la *valeur qui satisfait le mieux l'ensemble des observations.*

Dans la pratique, la précision des mesures s'arrête à un degré déterminé ; s'il s'agit par exemple d'une longueur ou d'un angle, on emploie couramment une vis micrométrique, et l'on évalue la fraction de la division du tambour à une approximation qui correspond à une fraction connue de l'unité de mesure ou d'angle ; on peut sans doute imaginer des procédés qui accroissent la précision, comme ceux qui consistent dans la substitution d'un microscope micrométrique au vernier, ou dans l'emploi de franges d'interférence ; quels qu'ils soient, la précision a une limite. De sorte que les résultats de mesures forment nécessairement une suite discontinue, dont les termes s'expriment au moyen de fractions décimales limitées. Puisqu'il n'existe aucun moyen pratique de vérifier le sens des décimales complémentaires que l'on introduit par la combinaison des observations, peut-on affirmer que ces décimales ont un sens réel ?

Pour préciser ce point de vue, imaginons un exemple concret : dans une ville ou une contrée, on fait la statistique des individus ayant une particularité déterminée ; par exemple, pour fixer les idées, ceux dont la couleur des cheveux est blond cendré ; on élimine les causes d'erreurs systématiques avec toutes les précautions possibles, en s'adressant au même jury, et de telle sorte que, dans le dénombrement, n'interviennent que des erreurs accidentelles. Le nombre qui représentera la moyenne arithmétique des différents dénombrements sera, en général, un nombre fractionnaire ; il est manifeste qu'il serait absurde de prendre un tel nombre comme la valeur la plus probable du nombre cherché; tout au plus pourra-t-on dire qu'il se rapproche plus du nombre cherché que les déterminations isolées faites successivement.

On objectera, sans doute, qu'il s'agit là d'un cas particulier, celui où la quantité à mesurer se représente par un nombre entier ; il est aisé de se rendre compte que, dans le cas d'un nombre incommensurable, le principe de la moyenne arithmétique est loin de présenter le caractère d'évidence généralement admis : si l'on mesure la diagonale d'un carré ayant un mètre de côté au millimètre près, on trouvera $1^{m}414$ ou $1^{m}415$; les erreurs par défaut sont supérieures à $0^{mm},2$, celles par excès sont supérieures à $0^{mm},7$; il est impossible d'affirmer que, dans un très grand

nombre d'observations, elles seront deux à deux égales et de signes opposés, et il est difficile de voir à priori pourquoi une compensation s'établirait, avec la multiplicité des mesures, de façon à ce que la moyenne de ces mesures fournisse les décimales exactes. En outre, du fait de la limitation de la valeur abolue de ces erreurs, on ne peut p'us admettre que le nombre des erreurs comprises dans un intervalle est proportionnel à la grandeur de l'intervalle.

Ainsi, lorsqu'on tient compte de la limitation pratique de la précision, sans même faire intervenir le fait que, dans un très grand nombre de déterminations, il n'est jamais certain que les mesures restent comparables entre elles, on est amené à douter, non seulement de la rigueur de la loi de Gauss, mais même de la validité de la règle de la moyenne, sur laquelle cette loi est fondée.

A la vérité, on a, à différentes reprises, essayé de légitimer la méthode des moindres carrés par des raisonnements indépendants du calcul des probabilités ; mais, quel que soit le procédé employé, on finit toujours par admettre que les erreurs des divers résultats se retrouvent deux à deux avec des signes contraires, et nous venons de reconnaître que ce principe est loin d'être évident.

La conclusion, qui se dégage de ces considérations élémentaires, nous paraît être l'impossibilité de justifier la règle couramment admise d'après laquelle cent observations donnent une décimale de plus qu'une seule, toutes étant poussées jusqu'au même degré de précision.

Ce n'est point dire qu'il faut condamner les publications, qu'on trouve dans les grands recueils astronomiques, de données exprimées au moins avec une décimale de plus que celles fournies par les obervations ; pour citer un dernier exemple, la Connaissance des Temps donne les ascensions droites de la plupart des étoiles fondamentales au millième de seconde de temps près, alors que les meilleures observations de positions absolues ne peuvent fournir que le centième de seconde. Il est certain que ces valeurs, prises isolément, ne peuvent servir à corriger les positions absolues des étoiles, ou à déterminer l'heure au millième de seconde près. Mais les décimales supplémentaires sont obtenues par l'introduction dans le calcul de constantes comme celles de la précession, de la nutation, de l'aberration ; les corrections correspondantes sont très faibles, et dépendent beaucoup plus des constantes en question que des positions choisies à l'origine pour les étoiles ; si l'on veut améliorer les valeurs de ces constantes, il est nécessaire de considérer les correc-

tions qu'elles introduisent et de comparer entre elles, avec l'approximation supérieure qu'ont les mesures relatives sur les mesures absolues, soit les positions d'une même étoile à des époques différentes, soit les positions simultanées de deux étoiles différentes.

Luc PICART
Directeur de l'Observatoire de Bordeaux.

Sur les rayons lumineux divergents.

A propos d'une intéressante observation faite par C. Limb le 8 Novembre 1926, j'ai rappelé l'observation que j'avais eu l'occasion de faire moi-même le 9 septembre 1901 (1) : il s'agit du beau spectacle offert par des rayons lumineux assez brillants, larges, et qui vont converger à l'horizon, à 180° environ de la position occupée par le soleil. G. Sagnac n'y voyait qu'une *illusion* due à la perspective et qui crée un *point de fuite* diamtralement opposé au soleil : je n'avais pas, alors, l'*impression* que cette explication fut exacte et j'ai dit que, de toutes façons, il serait utile de faire quelques mesures pour préciser un peu ce phénomène curieux et intéressant ; j'ajoutais que les détails de l'observation de C. Limb tendaient à renforcer l'explication de G. Sagnac.

Mais, si tentante que soit, par sa simplicité, cette illusion de perspective, elle exige des conditions très spéciales et difficiles à préciser dans la répartition des masses de nuages et de brumes, et j'y voyais l'origine possible de la rareté du phénomène tout en appelant l'attention des observateurs de bonne volonté sur l'intérêt qu'il y aurait à mentionner, le cas échéant, le plus de détails précis sur les apparences du phénomène, la position du point de fuite, etc....

Or, tout d'abord, j'ai eu connaissance que cette apparence n'était pas aussi rare que je l'imaginais : A. Cotton l'a observée plusieurs fois

« ...en me promenant après le coucher du Soleil sur la petite colline à l'est de Dhuys (Ain). Je crois qu'on l'observe toutes les fois que le soleil laisse passer entre des nuages ou des obstacles plusieurs traînées lumineuses bien séparées, visibles par la diffusion atmosphérique, et que la perspective suffit en effet, comme le disait Sagnac, à l'expliquer très simplement. »

et cette opinion d'un physicien éminent, *qui sait regarder*, renforce singulièrement l'hypothèse de la simple illusion d'optique.

Mlle Bac, qui eut aussi l'occasion de voir cette apparence, n'y a pas attaché autrement d'importance et n'en saurait préciser les détails, mais

(1) Bulletin d'Avril 1927, pp. 105-107.

R. Gindre se rappelle l'avoir observée une dizaine de fois depuis trois ans, à l'Observatoire de Lyon même sans que je l'aie su par la conversation courante. Déjà voici un point acquis grâce à ces divers observateurs : je me suis trompé en imaginant que ce phénomène était rare, alors qu'il peut être vu assez souvent ; mais alors, il est bien étonnant et regrettable que l'on n'en possède pas une observation complète et précise. Il faut cependant savoir gré à R. Gindre d'avoir bien regardé les détails puisque, tout en reconnaissant qu'aucune observation précise n'a été faite,

« ..... un certain nombre de particularités m'ont frappé, dit-il, suffisamment pour que l'on puisse en tenir compte. Je vais les résumer ci-dessous.

1° Ce phénomène s'est toujours produit au voisinage du coucher du soleil. Il est même certain que, quelquefois, le soleil était **déjà couché** depuis assez longtemps, car l'assombrissement du ciel à l'E était très marqué.

2° Toutes les fois que je l'ai observé, le ciel était beau et brumeux à l'E. Les observations de MM. Mascart et Limb montrent qu'il peut en être autrement. Je n'ai pas remarqué l'état du ciel à l'W.

3° Le point de convergence était dans un azimut différant approximativement de 180° de celui du Soleil, mais, même lorsque le soleil était couché, ce point semblait être **en dessous de l'horizon.** Il semble donc qu'il n'est pas nécessairement diamétralement opposé au soleil.

4° Le nombre des rayons était variable, mais ils avaient tous à peu près la même largeur.

5° Les différents angles que formaient les rayons entre eux étaient tous du même ordre de grandeur, de sorte que l'ensemble présentait un aspect assez régulier qui ne se retrouve pas ordinairement dans les rayons émanant du soleil par des trouées entre les nuages.

6° Les rayons les plus horizontaux étaient aussi les plus intenses, se propageant dans un milieu plus diffusant.

Je répète qu'il ne s'agit que de simples remarques et non d'observations. »

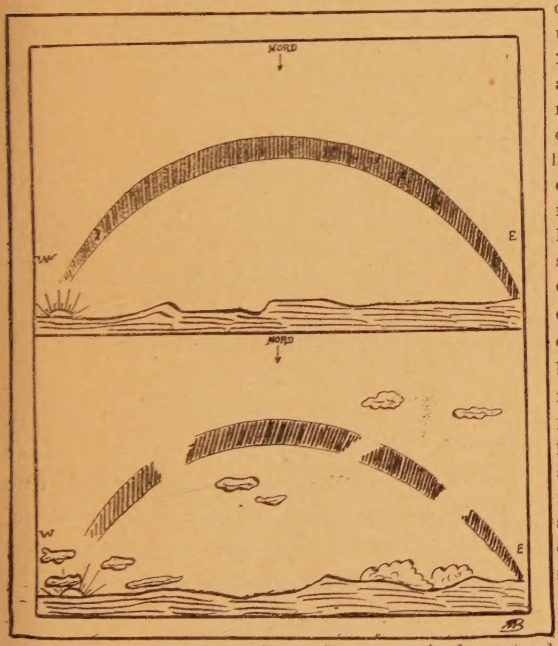
Les remarques 3, 4 et 5 de R. Gindre ne s'accordent pas très bien avec l'explication de l'illusion de perspective mais, puisqu'il ne s'agit que de remarques, il y aurait lieu, à de prochaines occasions, de noter avec soin en un lieu donné le nombre, la largeur et les angles de ces rayons. A. Coutureau observe que, entre le 7 et le 8 novembre, à environ 11° de latitude nord, une tache solaire passait au méridien central de l'astre ; il n'y a rien de pareil à signaler lors du phénomène de 1901, et il ne paraît pas qu'il y ait là une voie immédiate féconde (1).

(1) L'intervention des taches solaires nous paraît nettement injustifiée. En outre, il y a une légère confusion de la part de l'observateur : les 7-8 Nov. 1926, il n'y a pas de tache à + 11° ; le 7, 8, une toute petite tache à — 21°, observée seulement une fois le 5; le 8, un groupe à + 10°, pas très important mais accompagné de facules assez abondantes. Enfin, le 7 septembre 1901 une toute petite tache est passée au méridien à — 3°.

Ainsi, dès à présent, en dehors de l'heure et des conditions météorologiques précises, il faut appeler l'attention des observateurs sur les points particuliers suivants : le soleil est-il au-dessus ou au-dessous de l'horizon, car il n'est pas impossible que les apparences présentent quelques différences dans les deux groupes de phénomènes ; comment naissent et disparaissent ces rayons, ce qui parait assez bref ; nombre, largeur, inclinaison sur l'horizon des rayons, d'où les angles qu'ils forment entre eux ; le rayon est-il rigoureusement fixe, ce qui ne saurait être pendant une durée sensible pour le rayon provenant d'une trouée entre les nuages ; position précise du point de convergence par rapport au soleil ; voit-on aussi souvent un phénomène analogue du côté du couchant ? aux environs du lever du soleil.

Un autre jeune observateur J. Bouricand a pu nous fixer bien des détails pour deux observations fort intéressantes et qui, certainement, se rapportent à un phénomène en liaison étroite avec celui qui nous occupe ·

« ..... C'est à la fin d'une belle journée d'été (l'année n'a pu être précisée) que mon attention fut attirée par un phénomène curieux : c'était une bande grise, plus sombre que le bleu du ciel et formant un arc **très régulier** (voir fig. 1), ayant son origine à l'E. et allant se perdre à l'W. dans le rayonnement du soleil couchant. Cette bande était plus large à sa partie médiane qu'à ses extrémités. Son apparition dura près d'une heure, le phénomène cessa dès que le soleil fut couché. Il est à noter que l'atmosphère était pure et qu'aucun nuage ne tachait le ciel (les Alpes étaient bien visibles). Cet arc énigmatique trônait dans le ciel du Nord, sa partie supérieure n'atteignait pas le zénith mais se trouvait à environ 55° au-dessus de l'horizon Nord. Je ne crois pas avoir été victime d'une illusion car j'avais pris comme témoins du phénomène des personnes non averties (mes parents).



J'ai encore observé ce phénomène au mois de septembre 1921 (ou 1922) : c'était encore un arc semblable au précédent, s'élevant au dessus de l'horizon Nord, ayant ses origines à l'E. et à l'W. ; mais ce qui est important à noter ici c'est que des stratus et de légers cumulus se trouvaient dans les environs du Soleil. Et j'ai cru faire la

remarque suivante au cours de cette observation : c'est que cet arc **irrégulier** semblait être la projection des strato-cumulus voisins du Soleil sur la sphère céleste ! J'ai dit que l'arc était irrégulier: en effet, il était sectionné à plusieurs endroits, mais l'ensemble des tronçons se trouvait sur la même courbe. Ces coupures peuvent s'expliquer par l'interposition de nuages éloignés du Soleil et empêchant la projection de l'ombre des strato-cumulus proches de l'astre sur le fond du ciel (il y avait en effet des petits cumulus un peu partout).

Maintenant il faut supposer que cette ombre « nuageuse » se projette sur quelque chose: serait-ce de la brume stationnant à une grande hauteur et formant une espèce d'écran léger ?

En définitive cette hypothèse de projection est détruite par l'observation précédente qui fut faite par un ciel pur et **sans nuage.** L'énigme persistera-t-elle longtemps?

On peut se donner une idée de la teinte grise de ces bandes mystérieuses en la comparant à la couleur de la fumée lourde et traînante qui s'élève le soir sur les villes, lorsqu'une légère brume se manifeste. »

Ces deux observations me paraissent extrêmement intéressantes et tout à fait connexes à celles des rayons divergents. L'observateur en avait donné jadis oralement la description à son camarade R. Gindre, qui lui demanda récemment de la préciser par écrit, et sans lui dire le but exact que que nous poursuivions ; J. Bouricand dit avec précision ce que ses souvenirs lui permettent de reconstituer de façon certaine et fait preuve d'un sens d'observation certain et précieux, et d'une façon fort indépendante puisqu'il ne connaissait pas les hypothèses mises en avant.

Or, lui aussi, suggère l'introduction des effets de prespective. La première observation est celle qui lui paraît la plus énigmatique : il n'en est rien si l'on recourt à l'illusion de la perspective car il suffit qu'il y eut, vers le soleil, une nuée brumeuse assez dense pour obscurcir un peu le rayonnement, et pas assez pour apparaître brillamment éclairée comme un nuage vers le couchant, ce qu'un contours imprécis facilitera d'ailleurs ; mais un point reste inexplicable, la longue durée du phénomène (une heure) et dans un tel cas, assurément, on pourrait noter facilement un déplacement sensible de l'arc. Pour la seconde observation, l'auteur commet une erreur certaine d'interprétation : si un second nuage empêchait la projection de l'ombre du premier, l'ombre n'en serait que plus épaisse et l'on n'aurait pas ce qu'il appelle une *coupure* de la bande. Et la diffusion atmosphérique suffit à indiquer *sur quoi* se projettent les ombres sans qu'il y ait besoin d'envisager la présence d'une brume à haute altitude.

Tous ces phénomènes optiques de l'atmosphère sont intéressants et se présentent avec des aspects assez variés, ce qui incite à préciser autant que possible les conditions de la production de chaque cas particulier.

Et, comme nous appelions l'attention sur la possibilité d'observer aussi les rayons divergents vers l'Occident, R. Baltenweck nous envoie précisement une description très curieuse :

« Ce phénomène est très commun à Port-au-Prince : on pourrait presque dire journalier, durant la saison sèche, de la mi-Novembre à la fin de Janvier.

Il se produit spécialement le matin, 20 à 30 minutes avant le lever du soleil, par ciel absolument clair, ce qui permet de suivre les rayons lumineux (roses sur fond lilas) depuis leur origine, vers le point où le soleil se lèvera, jusqu'à leur point de convergence, à 180° de la première position. Ce qui montre bien que, pour notre cas, ce phénomène est dû à un effet de perspective. Ce phénomène, splendide, est très fugitif, quelques minutes à peine. Il semble dû à l'ombre portée d'îles ou de montagnes assez distantes, interceptant les rayons solaires tangentiels à la surface terrestre : ce qui nous porte à le croire, c'est que ce sont toujours les mêmes faisceaux que l'on peut voir pendant plusieurs jours de suite. »

Certes, il ne s'agit plus que de l'influence connue du relief, ombre portée des montagnes, etc..., mais le fait est d'autant plus important qu'il paraît y avoir un contraste très net entre les faisceaux plus ou moins brillants, ce qui facilitera quelques mesures précises ; dans l'E. N. E. de Port au Prince, à environ 150 kilomètres, se dresse jusqu'à près 3000 m la Cordillera de Cibao et il est à souhaiter que R. Baltenweck puisse en identifier le profil avec la répartition des rayons.

En remerciant nos correspondants de leur aimable collaboration, notre conclusion restera la même : il y a lieu d'attirer leur attention sur ces phénomènes afin de préciser *toutes* les conditions de leur apparition et de leur disparition, position des points de convergence, et déplacement possible des rayons quand le phénomène présente quelque durée.

Jean MASCART.

Les ondes séismiques et ce qu'elles nous apprennent sur l'intérieur de la Terre.

Le titre donne *ondes séismiques*. Il faudrait dire plus généralement *ondes élastiques*, car les tremblements de terre ne sont pas l'essentiel de cette branche de la science de la structure intérieure de la terre pour laquelle j'ai proposé le nom de *géotaxologie*. Les tremblements de terre donnent un moyen commode, quoique pas très satisfaisant, de se procurer des ondes élastiques. Les progrès futurs de cette science verront sans doute croître l'emploi d'ondes artificielles et par conséquent contrôlables, telles que nous pouvons en produire par une explosion ou par la chute d'un corps lourd.

Si la terre était un corps homogène et isotrope, une impulsion mécanique en un point de son intérieur enverrait deux ondes spheriques, devenant rapidement distinctes et indépendantes. L'une est l'onde de compression, longitudinale ou sonore, dont la vitesse V_c est donnée par $V^2_c = (K + 4/3R)/D$, ou K est l'incompressibilité, R la rigidité et D la densité. L'autre est l'onde de distention ou transversale, dont la vitesse est donnée par $V^2_d = R/D$. A la surface libre l'impulsion produit une série complexe d'ondes résultantes dont l'onde de Rayleigh bien connue est un cas spécial. Dans une terre hétérogène selon le rayon ces divers types d'ondes de l'intérieur et de la surface persistent encore, quoique d'un caractère modifié.

Pour obtenir des renseignements sur ces parties de la terre que les ondes élastiques ont traversées il est nécessaire de faire des mesures quantitatives sur ces dernières. Les quantités mesurables se partagent naturellement en deux groupes, savoir : (A) des quantités particulières aux ondes elles-mêmes, telles que vitesse d'onde, vitesse de groupe, période, amplitude et extinction ; (B) quantités relatives aux ondes sur la terre, telles que vitesse de la surface d'apparition, angles d'émergence (vraie et apparente), et direction de vibration.

Pour un type donné d'ondes, telles que les ondes compressionnelles, ces quantités peuvent être mesurées simplement, et on peut aussi les combiner de diverses manières. En outre, en prenant une quantité ou une combinaison donnée, on peut faire des comparaisons entre les types de compression et de distortion. Il en résulte une grande diversité d'espèces possibles de renseignements quantitatifs.

Parmi les principales déductions déjà tirées de mesures quantitatives de cette sorte se trouvent les résultats suivants relatifs à l'intérieur de la terre :

(1) La terre est essentiellement un objet solide. Les ondes de compression peuvent être transmises par un liquide ou un gaz, mais la transmission des ondes de distortion implique de la rigidité, au moins pour les forces de courte période. S'il y a de la matière liquide dans l'enveloppe extérieure, elle doit se confiner dans de petites poches ou dans des couches minces. Il n'est pas encore certain que les ondes soient transmises par le noyau, mais si elles le sont vraiment comme cela paraît probable, alors la rigidité de la totalité de la terre se trouve prouvée.

(2) Le rapport de Poisson pour les matériaux de l'intérieur est voisin de la valeur 1/4, plutôt un peu au dessus qu'au dessous. L'amplitude des

valeurs obtenues actuellement d'après les vitesses des deux ondes est de 0,25 à 0,28.

(3) La terre est probablement sphériquement homogène au dessous d'une profondeur d'environ 200 kilomètres ; c'est-à-dire que ses propriétés à tout point d'une surface intérieure fictive de rayon constant sont les mêmes qu'à tout autre point de cette surface. Ceci résulte de notre expérience du fait que la courbe moyenne des temps devient plus précise à mesure que des documents plus nombreux nous parviennent des divers points de la terre. Comme de petites discordances inexpliquées persistent encore, il serait meilleur cependant, de dire seulement qu'il n'y a pas encore d'argument définitif *contre* l'homogénéité sphérique et rien dans les faits relatifs aux ondes élastiques ne peut soutenir l'hypothèse d'hétérogénéités de grande pénétration ou coins.

(4) La terre a un noyau dont les propriétés sont nettement différentes de celles du reste de la terre. Le rayon de ce noyau est environ 3.500 kilomètres et la profondeur de sa surface est en conséquence d'environ 2.900 kilomètres.

(5) Le noyau réfléchit et réfracte les ondes élastiques comme s'il avait une surface nettement marquée, sur laquelle il y a une variation considérable de la densité et des constantes élastiques. Les faits sont en désaccord avec toute hypothèse qui nécessite une variation graduelle dans la composition ou les propriétés entre le noyau et l'enveloppe, et se produisant dans une zone qui est une fraction considérable du rayon.

(6) La vitesse des ondes de compression est considérablement moindre dans le noyau que dans les matériaux environnants (1).

Sans de nouveaux renseignements qui sont fournis par les ondes élastiques, il n'est pas possible de dire si ceci est dû à la croissance de la densité ou à la décroissance de l'incompressibilité (K) et de la rigidité (R).

D'autres faits moins certains fournis par les mesures des propriétés des ondes élastiques sont les discontinuités à des profondeurs de 1200, 1700 et 2450 kilomètres au dessous de la surface. Des discontinuités voisines de la surface, notamment, à 60 et 70 kilomètres, seront étudiées dans un prochain article (1).

Geophysical Laboratory,
Carnegie Institution of Washington R. B. Sosman.

(1) Ceci est illustré expérimentalement par une analogie optique, au moyen de l'ombre portée par une sphère solide de verre dans l'air.

Une lettre de Le Verrier à Thiers

Des relations très intimes existaient, nous l'avons dit, entre Thiers et Le Verrier. On peut présumer que l'éclatante découverte de Neptune, faite en 1846, fut l'occasion qui amena le grand homme d'Etat à entrer en rapport avec l'astronome. Sans avoir, en effet, étudié, à proprement parler, l'Astronomie, le futur président de la République en sentait la grandeur et il avait lu bon nombre d'ouvrages de Cosmogonie.

Dans la correspondance de Thiers, conservée à la Bibliothèque nationale, il y a quelques lettres qui lui furent adressées par Le Verrier ; en voici une :

Observatoire impérial. Paris 13 mai 1863

Monsieur l'Astronome

J'ai l'honneur de vous rappeler que le 17 de ce mois il y a une éclipse partielle de Soleil

Vous êtes chargé de déterminer le temps des contacts ; et, à cet effet, la lunette dite de l'Empereur sera mise à votre disposition.

L'entrée ayant lieu à 5 h.58^m, il est nécessaire que vous veuillez bien être à l'Observatoire à 5 h au plus tard.

Le dernier contact a lieu vers 7 h.22.

Je vous prie de vous référer à l'article 0/0 du règlement général portant que les jours d'éclipse on dîne chez le directeur et à l'article 8 portant que tout service régulièrement commandé doit être effectué de même.

Veuillez agréer, Monsieur l'Astronome, l'assurance de mes sentiments dévoués.

Le Directeur de l'Observatoire.

U. Le Verrier.

P.-S. Le rapport porte que vous avez employé deux lignes du registre du cercle et que vous n'en avez signé qu'une.

Il est regrettable que, dans cette correspondance, on ne trouve pas copie des lettres que Thiers a certainement adressées à son illustre ami. Peut-être les originaux se trouvent-ils entre les mains des descendants de Le Verrier.

E. Doublet

NOTES ET VARIÉTÉS

Le compagnon de Sirius[1].

Cette faible étoile a continué de retenir l'attention du monde astronomique, beaucoup plus, sans doute, que sa brillante voisine Sirius. Des irrégularités dans le mouvement de cette dernière avaient conduit Bessel à prédire l'existence de son compagnon. En 1862, celui-ci fut découvert visuellement par Alvan G. Clark, tandis qu'il aidait

1) — The companion of Sirius. **Pop. Astron.**, Vol XXXIII, n° 9, Novembre 1925.

son père dans la vérification d'un objectif de 45 cm., qui se trouve maintenant à l'Observatoire américain Dearborn. La grandeur de ce compagnon est environ 8,5, tandis que celle de l'étoile principale est —1,6. Cette différence de 10 magnitudes stellaires représente un rapport d'éclat de 1 à 10.000. Après que ce compagnon eut été observé durant quelques années, il fut possible de déterminer son orbite : la période de révolution était de 50 ans et la masse du compagnon, à peu près celle du Soleil soit environ la moitié de celle de Sirius. Cette grande masse pour un faible éclat a nettement montré qu'il s'agissait d'une étoile exceptionnelle.

En 1914, Adams, à l'Observatoire du Mont Wilson, annonçait qu'il avait réussi à photographier le spectre du compagnon, avec le réflecteur de 60 pouces d'objectif. La nature de ce spectre dénotait une température de surface d'environ 8000°, 2000° de plus que le Soleil. L'éclat par unité de surface étant plus élevé que celui du Soleil, la seule explication de la petite quantité de lumière émise par l'étoile ne peut se trouver que dans l'hypothèse d'une très petite surface rayonnante. Une petite surface entraîne à son tour un petit volume et par suite une densité extrêmement haute. Selon Seares, le rayon de cet astre pourrait être compris entre 18000 et 24000 km. Les densités correspondant à ces rayons seraient comprises entre 30000 et 64000 fois celle de l'eau.

Einstein a prévu, d'après sa théorie de la relativité généralisée, qu'un atome rayonnant de l'énergie dans un champ gravitationnel intense devrait avoir ses vibrations retardées, et, par suite, les longueurs d'ondes de ses raies spectrales augmentées. En 1924, Eddington a calculé l'intensité du champ gravitationnel à la surface du compagnon de Sirius, en supposant 8000° pour sa température, 53000 pour sa densité et 19600 km. pour son rayon. Sur cette base, il a trouvé qu'il devrait y avoir une déviation des raies spectrales correspondant à 20 km. par seconde de vitesse radiale. En même temps, Adams tirait de nouveaux spectrogrammes avec le réflecteur de 100 pouces du mont Wilson et il les mesurait soigneusement de diverses manières. Il trouvait ainsi une déviation correspondant à une vitesse radiale de 23 km. par seconde, qui ne peut être interprétée autrement que par la théorie d'Einstein. L'accord, au point de vue de la grandeur, entre les prévisions d'Eddington et l'observation d'Adams, est remarquablement étroit si l'on tient compte des difficultés du problème.

En prenant la valeur du rayon d'Eddington et la masse du compagnon égale à celle du Soleil, la valeur de la pesanteur à la surface du compagnon est environ 35000 fois celle de la surface de la Terre. L'explication d'Eddington d'une concentration aussi extraordinaire de la matière est basée sur l'hypothèse suivante : les atomes ont du être privés de beaucoup de leurs électrons et leur densité doit ainsi se trouver voisine de celle du noyau atomique.

L'aurore boréale du 1er mars 1721.

Une aurore boréale très remarquable fut observée le 1er mars 1721 et même dans des contrées où ces phénomènes sont à peu près inconnus, notamment dans le midi de la France.

A ce propos, l'astronome Delisle, qui avait pour correspondants tous ceux qui, en Europe, s'intéressaient peu ou prou aux choses du ciel, posa, le 17 avril, la question suivante à M. de Navarre, secrétaire de l'Académie de Bordeaux :

« M. l'Evêque de Tarbe m'a dit qu'il avoit reçu nouvelle de son grand-vicaire, qu'on avoit vû à Bourdeaux un phénomène aérien à la lumière duquel on pouvoit lire en pleine nuit. Je serois bien aise de savoir de vous ce que vous en avez pu apprendre en particulier. Je suis, etc... »

Voici la réponse de M. de Navarre, dont nous conservons l'orthographe et la ponctuation. Cette réponse est datée du 3 mai.

« ... Je vay vous dire présentement ce que ie scay du phenomène aérien dont vous me parlez dans une dernière lettre ».

« Le 1er mars, un de mes amis me dit chez luy uers les dix heures du soir que ce même jour reuenant de la chasse entre 7 et 8 heures il auoit remarqué à l'horison uers le nord une nouuelle lumière au ciel cette lumière étoit blanchatre comme la uoye lactée mais un peu plus lumineuse elle paroissoit en forme d'une demi ellipse coupée dans le sens du grand axe par l'horison de manière que le centre de l'Ellipse étoit uers la partie supérieure du ciel au-dessous duquel centre paroissoit un espace ou cette matière lumineuse n'etoit pas répandue ce phenomene tenoit enuiron la sixième ou huitiéme partie du cercle de l'horison, quelques uns des chasseurs qui étoient auec luy crurent que cetoit le crepuscule du soir ce qui fut combattu par d'autres, il continua de uoir cette lumière après sestre séparé de sa compagnie iusqu'à huit heures qu'il arriua chez lui. quand il m'en fit le recit deux heures apres il ne me uint point dans la tête que ie pourrois encore uoir cette lumière au ciel ie crus que c'étoit de ces lueurs momentanées que iay vu souvent, ie ny pensay plus, ie me retirai a minuit ayant un flambeau deuant moy et soit que ce flambeau qui m'eclairoit de trop près soit que la hauteur des maisons par rapport aux rues étroites soit enfin que ma route qui étoit vers le midy m'empêchassent de remarquer cette lumière i'arriuay chez moy sans m'en être apperçu; j'appris cependant le lendemain qu'il n'auoit tenu qu'à moy de la uoir, le commandant du chateau trompette la uit encore comme une grande lumière à minuit qui éclairoit encore assez a ce qu'il me dit pour qu'on eut pû lire un caractère de grosseur médiocre sans autre secours quelques autres de mes amis entre lesquels étoit le procureur général du parlement et un president de la cour des aydes ayant apperçu cette grande lueur entre onze heures et minuit allèrent dans un lieu élevé et découvert à une extrémité de la uille pour mieux uoir ce phenomene qui leur parut un spectacle tres agreable ils y demeurerent iusqu'à minuit et demi sans auoir apperçu aucune diminution a cette lumière, m'étant informé deux le plus exactement qu'il me fut possible de ce qu'ils auoient remarqué ils me dirent que cette lumiere s'étendoit du Nord vers l'Est ils ne remarquerent rien concernant la figure elliptique peut être le phenomene en s'étendant auoit il changé de figure mais ils obseruèrent qu'il s'éleuoit de temps en temps comme par bouffées des tourbillons de fumée de l'horison uers le haut du ciel apres quoy cette espece de fumée s'éclaircissoit au point de deuenir assez lumineuse pour qu'on eut pu lire assez aisement à cette lueur ils appercevoient si distinctement des clochers assez éloignés d'eux qu'ils auroient pu en compter toutes les pierres, ces tourbillons obscurs qui s'élançoient et qui ensuite s'éclaircissoient leur firent croire quelque temps que c'etoit un feu un embrasement considérable qui n'etoit pas a un grand Eloignement, ces mrs se retirerent les choses etant dans le meme état, iay su par d'autres que cette lumière auoit paru iusqu'au iour, le lendemain il n'y parut rien de semblable le temps fut chargé vers le soir et il y eut des eclairs — le iour suivant fut assez serain mais il n'y parut rien jay oui dire qua basas qui est à 8 ou neuf lieues d'icy uers le midy on auoit aussi vû cette lumière pendant sept ou huit jours, mais je ne uous garantis pas ce fait... »

Cette aurore boréale de 1721, ainsi que celles de 1726 et 1729, qui ne furent pas moins remarquables, déterminèrent Dortous de Mairan à composer son **Traité de l'aurore boréale**, qui parut en 1733 et fut réimprimé en 1754.

E. Doublet.